

論文 Article

ページ交互積層による電話帳結合メカニズムの検証

原稿受付 2019 年 6 月 21 日

ものづくり大学紀要 第 9 号 (2019) 1~5

平岡尚文*1, 坂本 開*2

*1 ものづくり大学 技能工芸学部 総合機械学科

*2 ものづくり大学 技能工芸学部 製造学科 学生 (現 株式会社 アミイダ)

Verification of Interleaved Phone Book Binding Mechanism

Naofumi HIRAOKA*1, Kai SAKAMOTO*2

*1 Dept. of Mechanical and Production Engineering, Institute of Technologists

*2 Student, Dept. of Manufacturing Technologists, Institute of Technologists

Abstract

Very large binding force between two interleaved phone books was reported to be attributable to the self-amplification of friction force between pages generated by the page tilt due to the thickness of stacked pages. In this study, we carried out simple experiments to examine this force amplification phenomenon on a single sheet basis. A sheet sandwiched between two sheets was pulled-out in a tilted direction. The pull-out forces were found to increase with the tilt angle increase and nearly satisfied the statically predicted values, which verified the basic mechanism of self-amplification of friction force.

Key Words : friction, self-amplification, sheet, pull-out force

1. はじめに

2冊の本のページを交互に積層し、背表紙を持って本同士を引き離す方向に引っ張ると、非常に大きな本同士の結合力が発生する現象が知られている¹⁾²⁾。電話帳のような1ページが薄く、全体の分厚い本において特に強い力を発生させやすいので、「電話帳(結合)現象」と呼ばれることもある(例えば文献2))。

昔から知られている現象であるにもかかわらず、長く科学的説明は試みられてこなかった²⁾が、近年 Alarcón らにより、理論的な説明がなされた³⁾。

それによると、シートを重ねていくと外側のシートほど中央部分のシートに対し傾きが大きくなる。これを背表紙を持って中央部分のシートに平行に引っ張ると、傾きによって引張力の一部がシート同士を押し付ける力に変換され、その結果シ-

ト間摩擦力が増加し、引き抜きに必要な力が増加する。強く引っ張るほど押し付け力が増し、摩擦力が増すという、摩擦力の自己増幅がこの現象の基本メカニズムであるとしている。研究では多数のシートを挟んだ場合の引き抜き力を見積もる積分形式の式が示され、実験値との大まかな一致を見ている。

しかしながら著者らはメカニズムには同意するものの、提示された式は本同士のマクロな結合力を見積もることを主眼として、シートの重なりを連続体近似して扱ったものである。実験結果もこれに合わせ多数シートを積層して得たもので、シート単体でそのメカニズムが成立しているかは検証されていない。また、式を導出する際には境界条件や摩擦係数等の不確定さが含まれている。したがって、提示されたメカニズムの妥当性をより強固に示すには、単純かつ明快にシート単位で基本

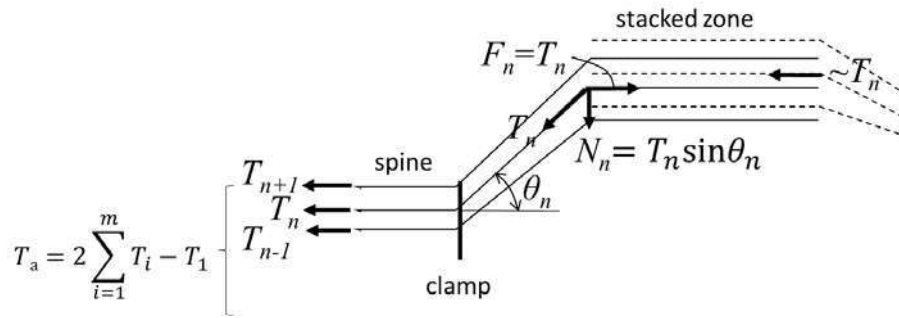


Fig. 1 Calculation model for interleaved phone book phenomenon

となるメカニズム，すなわちシート傾斜による引張力の増加を検証することが必要と考えた。

2. 結合力発生メカニズム

図1にシートを積層し，背表紙を引張って力が釣り合い状態にあるときの模式図³⁾を示す。図において

- T_n : 引張により本の中央のシート ($n=1$, 図では水平) から n 枚目のシートに生じる張力
- F_n : n 枚目のシートに働く摩擦力
- N_n : T_n により生じる下部のシートへの垂直押し付け力
- θ_n : n 枚目のシートの中央シートに対する傾斜角
- T_a : 本全体の引張力

であり，枚数が多いものとして左右の本の T_n が同じ値になると近似している。

これらを用いて左側の本の T_n を求める。シートの上下面に働く摩擦力 F_{Un} , F_{Ln} は

$$F_{Un} = \mu(T_n \sin \theta_n + 2 \sum_{i=n+1}^m T_i \sin \theta_n) \quad (1)$$

$$F_{Ln} = \mu(2 \sum_{i=n}^m T_i \sin \theta_n) \quad (2)$$

なので

$$T_n = F_{Un} + F_{Ln} = \mu(4 \sum_{i=n}^m T_i \sin \theta_n - T_n \sin \theta_n) \quad (3)$$

μ : シート間の摩擦係数

m : 重なったシート数の 1/2 (上半分)

と表される。ただし，シートの重さやシートのたわみによる曲げ荷重は考えていない。

この状態では式(3)に示すように，張力 T_n は T_n 自身を含むシート of 張力を発生源としており，各シートの張力は傾斜角とシートの重なり枚数の増加とともに増加する。したがって T_n の和である本全体の引張力

$$T_a = 2 \sum_{i=1}^m T_i - T_1 \quad (4)$$

は，シート数とともに急激に大きくなると予想される。

図1では本の背にあたる場所でシートの張力の連続を仮定し，式(1)~(4)を導いたが，Alarcónら³⁾はこの部分で張力が遮断されると仮定して以下の関係を示している。

$$T_n - T_{n-1} = 4\mu \tan \theta_n T_n \quad (5)$$

式(1)~(3)における $\sin \theta_n$ が $\tan \theta_n$ に変わるが， θ_n の小さい範囲では大きな違いはもたらされず，これを除けば式(1)~(3)と等価な式である。

さらに，本のページ数が多いとして $T_n = T(z)$ と書き換え，式(5)を

$$T'(z) + 2\alpha z T(z) = 0 \quad (6)$$

$$\alpha = 2\mu m \tan \theta_m$$

$$z = n/m$$

と常微分方程式に置き換えて，解の $T(z)$ を用いて全体の引張力 T_a を

$$T_a = 2m \int_0^1 T(z) dz = 2mT(1) \sqrt{\pi/4\alpha} \exp(\alpha) \operatorname{erf}(\sqrt{\alpha}) \quad (7)$$

と求めている。式(7)より，ページ数の増加とともに全体引張力は指数関数的に増加することが示される。

しかしながら式(7)は境界条件である $T(1)$ ，すなわち中央のシートの張力および摩擦係数 μ の不明な値を含み，これらには多数ページを用いた実験結果を満たすよう，数値を選んで用いている。

このように Alarcón らはメカニズムの検証を本全体の立場から行っているが，理論式(7)はページの重なりを連続体とみなして導かれ，また実験から逆に定めた数値を含むもので，検証が十分である

とはいえ、提案されたメカニズムの妥当性を示す最も単純な方法は、単独のページについてメカニズム、すなわちシート傾斜による摩擦増加が働いているかを実験的に検証することであると著者らは考えた。

3. 実験方法および実験結果

電話帳結合力発生原因として考えられる、シート引張力がシート傾斜角とともに増加する上記現象を単独のシート単位で検証するため、まず図2に示す装置を用いて市販コピー紙間の摩擦係数を測定した。おもりの重さは別途測定した、電話帳の中央部を約 30° 開いたときにシートのたわみにより閉じようとする力約 0.3N を基準にして、 0.29N (30gf)、 0.59N (60gf)、 0.88N (90gf) とした。ロードセルは約 1mm/s の速度で引張り、紙が数 mm 移動する間の最大摩擦力を記録した。最大摩擦力はおそらく滑り始めに発生しており、最大静止摩擦力に相当すると推定される。実験時の室温は $21^\circ\text{C}\sim 22^\circ\text{C}$ 、湿度は $18\%\sim 28\%$ であった。

コピー紙は縦 297mm 、横 162mm 、厚さ 0.09mm 、質量約 3g であり、図の左右方向が紙横方向になるように設置し、左右方向の上下紙面の重なりは 100mm とした。中央の紙にかかる垂直荷重はおもりの重さを W 、紙の重さを w とすると紙上面で $W+w$ 、下面で $W+2w$ となる。引張力を P 、紙面間の摩擦係数を μ とすると、 P は紙面間の摩擦力に等しいので、

$$P = \mu(2W + 3w) \quad (8)$$

となる。図3に総荷重 $2W+3w$ と引張力 P 、すなわち摩擦力の測定値の関係を示す。ほぼ原点を通る直線関係にあり、直線の傾きが摩擦係数に相当する。原点を通る回帰直線の傾きから紙間の摩擦係数を求めると約 0.38 となる。

なお、ほぼ原点を通る直線関係にあることから、荷重ゼロでは摩擦力に相当する力は発生していないと推定される。したがって本実験のようにシート数が少ない時は、静電気や、紙間の空気が排除され真空状態になることなどによる紙間の付着力は考えなくてよいといえる。

次に図4に示す装置を用いて実際の積層状態を

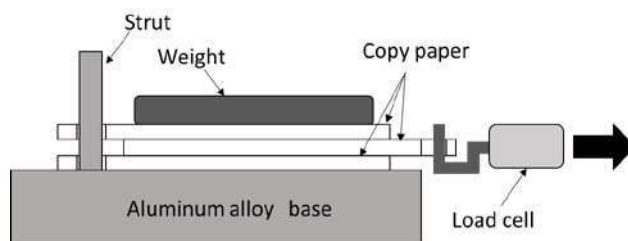


Fig. 2 Schematic of paper friction tester

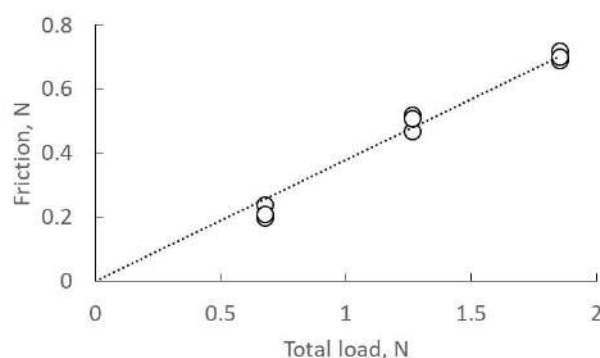


Fig. 3 Relations between total load and copy-paper friction

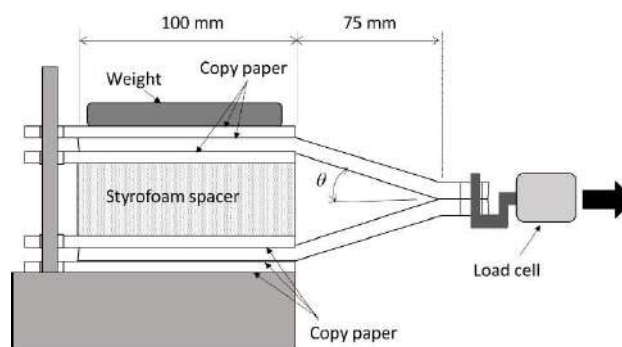


Fig. 4 Schematic of interleaved sheet traction tester

模擬した試験を行った。着目するページより内側に挟まれたページの厚みを、重さが紙に比べ無視できる発泡スチロールのスペーサで模擬した。外側のページが及ぼす荷重を重りで模擬し、上下対称に傾斜をつけた2枚の紙の最大引張力を測定した。図5に重りの重さを 0.29N 、 0.59N 、 0.88N とし、傾斜角を 0° 、 30° 、 60° として測定した結果を示す。傾斜角とともに引張力が増加することが

わかる。

式(3)と同様の解析を図4の装置に行うと、この状態の上側の紙の引張力 T_U 、下側の紙の引張力 T_L は、それぞれの紙の上下面の摩擦を考慮すると、

$$T_U = \mu(2W + 3w + C + T_U \sin\theta) \quad (9)$$

$$T_L = \mu(2W + 9w + C + 2T_U \sin\theta - T_L \sin\theta) \quad (10)$$

より

$$T_U = \mu(2W + 3w + C)/(1 - \mu \sin\theta) \quad (11)$$

$$T_L = \mu(2W + 9w + C + 2T_U \sin\theta)/(1 + \mu \sin\theta) \quad (12)$$

$$T_a = T_U + T_L \quad (13)$$

C : 1枚の紙の曲げによる荷重。2枚の紙は曲げ方向が逆のため、下側の紙の下面ではこの荷重はキャンセルされる。

T_a : 2枚の紙の引張力

と計算される。

今回用いたコピー紙の C を求めるため紙の一端を固定し、中央部分にロードセルを当てて 60° までたわませたが、用いたロードセルの測定限度 (0.001N) 以下であったため、 $C=0$ として T を計算した結果を図5中に示す。実験値より若干小さめの傾向があるが、おおよそ一致しているといえる。

次にマット紙を用いて同様の実験を行った。マット紙とはつや消しコーティングが施された紙であり、コピー紙とは摩擦係数が異なると推定される上、コピー紙に比べ空気の透過性が低く、静電気の発生可能性も高まると予想できたので、シート傾斜以外の効果が観察できることを期待した。

用いたマット紙はコピー紙と縦横が同じで、厚みが 0.23mm 、質量約 8g である。図6に図2の試験機を用いて得た総荷重と引張力の関係を示す。コピー紙同様ほぼ原点を通る直線上に測定値があり、真空や静電気の紙間付着力への影響はみられない。回帰直線の傾きから、マット紙間の摩擦係数は約 0.32 と求められ、コピー紙間よりも少し小さい。

図7にコピー紙と同様に積層状態を模擬して引張力を測定した結果を、引張力の計算値(式(13))とともに示す。マット紙は厚いため、曲げによる荷重が無視できない。コピー紙と同様に紙端を押さえ、紙の中央部をロードセルで押して紙の曲げによる荷重を測定した結果、曲げ角度 30° で約 0.6N 、 60° で約 0.8N の値を得た。式(13)の C にはこの値

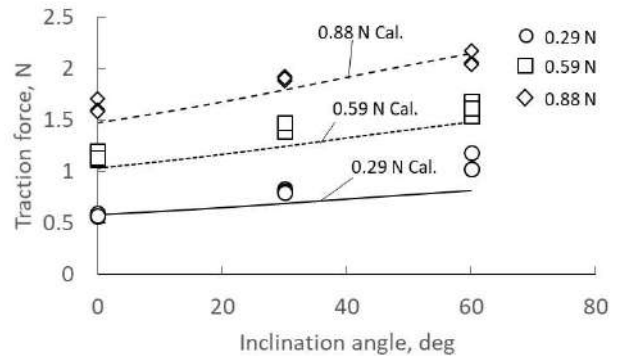


Fig. 5 Relations between inclination angle and copy-paper traction force

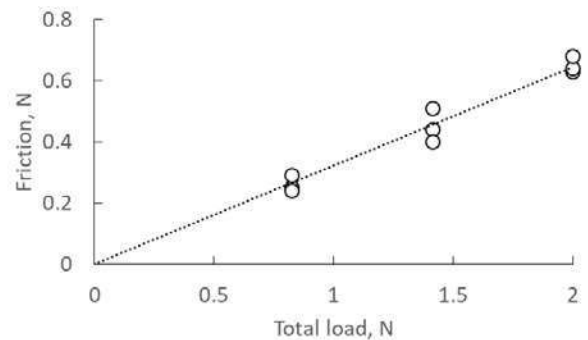


Fig. 6 Relations between total load and matte paper friction

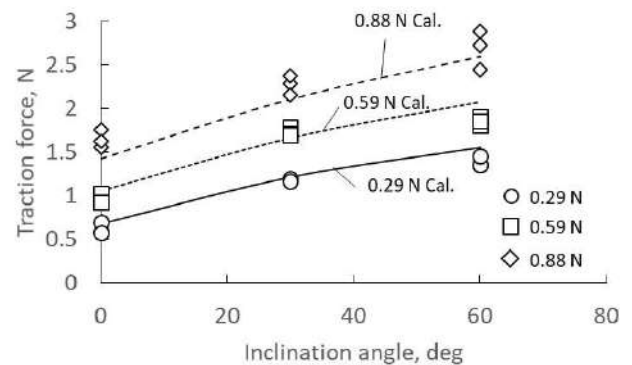


Fig. 7 Relations between inclination angle and matte paper traction force

を用いた。図 7 より計算値は実験値とよく一致していることがわかる。

4. 考察

以上の結果より、摩擦増幅現象、すなわちシートの傾きをもたらすシート引張力 (=シート間摩擦力) の増加が、シート単位で示された。今回の実験の範囲では真空や静電気などの紙間摩擦への影響は特定できなかった。

コピー紙の実験において実験値が計算値より大きめに出たのは、おそらく摩擦係数の変動によるものと思われる。紙の摩擦係数は湿度の影響を受けることが知られており⁴⁾、今回の実験ではある程度湿度範囲をコントロールしたが、その中でも変化があったのではないかと考える。表面がコーティングされたマット紙では湿度の影響がコピー紙に比較して小さかったものと思われる。

5. まとめ

本同士の交互に積層されたシートを引張ると、

シートの傾斜によりシート間摩擦が増幅され、引張力が増加することをシート単体単位で実証した。この現象が「電話帳 (結合) 現象」の主因と推定される。

文 献

- 1) http://www2.nhk.or.jp/school/movie/clip.cgi?das_id=D0005300906_00000&p=box
[Accessed: 2019-3-14]
- 2) <http://www.thepipettepen.com/blog/why-it-takes-tanks-to-separate-two-phone-books/>
[Accessed: 2019-3-14]
- 3) H. Alarcon et al.: Self-Amplification of Solid Friction in Interleaved Assemblies, Phys. Rev. Lett., PRL116, 015502 (2016)
- 4) N. Kawashima et al.: Paper Friction at the Various Measuring Conditions -Effect of Relative Humidity-, Sen'i Gakkaishi, 64, 11(2008)336