2019（平成31）年度	数学特待生入学試験 一般入学試験後期

数学 解答欄

問題１ ［各10点］

［１］	$x^2=X$とおくと $X^2+X-12=0$ $(X-3)(X+4)=0$ $(x^2-3)(x^2+4)=0$ $x^2-3=0$　または　$x^2+4=0$ $x=\pm\sqrt{3}$，　$\pm 2i$ $\underline{\pm\sqrt{3}，\ \pm 2i}$
［２］	（１） $\sin\theta-\cos\theta=\frac{1}{2}$ 両辺２乗して $\sin^2\theta-2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=\frac{1}{4}$ $1-2\sin\theta\cos\theta=\frac{1}{4}$ $\sin\theta\cos\theta=\frac{3}{8}$　　$\underline{\frac{3}{8}}$ （２） $\sin^3\theta-\cos^3\theta$ $=(\sin\theta-\cos\theta)(\sin^2\theta+\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta)$ $=\frac{1}{2}\times\left(1+\frac{3}{8}\right)$　　$\underline{\frac{11}{16}}$ $=\frac{11}{16}$

［各10点］

［3］

$\frac{1}{\sqrt[3]{2}}=2^{-\frac{1}{3}}$，$\frac{1}{4}=2^{-2}$，$16=2^4$より

$2^{-\frac{1}{3}}<2^{-2(x-3)}<2^4$

よって

$-\frac{1}{3}<-2(x-3)<4$

$-2<x-3<\frac{1}{6}$

$1<x<\frac{19}{6}$

$1<x<\frac{19}{6}$

［4］

＜ 1 ＞

全体の並び方　　$7!=5040$

両端が女子となる並び方

${}_3P_2\times 5!=720$

$5040-720=4320$

4320

＜ 2 ＞

（1）

$3^3+3^2+2\times 3+2=27+9+6+2=44$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 44 \\ 2 & 22\cdots 0 \\ 2 & 11\cdots 0 \\ 2 & 5\cdots 1 \\ 2 & 2\cdots 1 \\ & 1\cdots 0 \end{array}$$

$101100_{(2)}$

$101100_{(2)}$

（2）

$$\begin{array}{r} 210 \\ \times\quad 21 \\ \hline 210 \\ 1120 \\ \hline 12110 \end{array}$$

$12110_{(3)}$

$12110_{(3)}$

問題２ ［各10点］

<table>
<tr><td>［１］</td><td>

$\begin{cases} x^2+y^2=5 \\ x^2+y^2-2x-6y+5=0 \end{cases}$

これを解いて

$\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ $\begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$

よって，交点の座標は

(2，1)，(−1，2)

<u>(2，1)，(−1，2)</u>

</td></tr>
<tr><td>［２］</td><td>

２つの円の交点を通る図形はkを定数として

$k(x^2+y^2-5)+(x^2+y^2-2x-6y+5)=0$…①と表せる

(3，0)を通るので①に代入すると

$4k+8=0$

$k=-2$

$-2(x^2+y^2-5)+(x^2+y^2-2x-6y+5)=0$

$x^2+y^2+2x+6y-15=0$

$(x+1)^2-1+(y+3)^2-9-15=0$

$(x+1)^2+(y+3)^2=25$

よって，中心（−1，−3）　半径５

<u>中心（−1，−3）　半径５</u>

【別解】

求める円の方程式を

$x^2+y^2+ax+by+c=0$　とおく

(2，1)，(−1，2)，(3，0)を通るので

$\begin{cases} 5+2a+b+c=0 \\ 5-a+2b+c=0 \\ 9+3a+c=0 \end{cases}$

これを解いて

$\begin{cases} a=2 \\ b=6 \\ c=-15 \end{cases}$

よって，求める円の方程式は

$x^2+y^2+2x+6y-15=0$

$(x+1)^2+(y+3)^2=25$

よって，中心（−1，−3）　半径５

<u>中心（−1，−3）　半径５</u>

</td></tr>
</table>

問題３ ［各10点］

<table>
<tr><td>［１］</td><td>

$y=x^2-2x-1$

$y'=2x-2$

$x=2$のとき$y'=2$

$(2,-1)$における接線は

$y+1=2(x-2)$

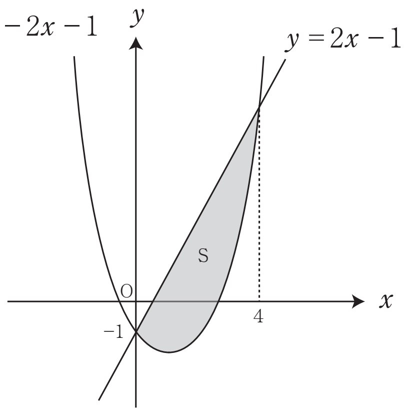
$y=2x-5$

<u>$y=2x-5$</u>

</td></tr>
<tr><td>［２］</td><td>

平行移動した直線は，$y=2x-1$なので，交点のx座標は

$\begin{cases} y=x^2-2x-1 \\ y=2x-1 \end{cases}$



$x^2-2x-1=2x-1$

$x^2-4x=0$

$x=0,\ 4$

したがって，囲まれた面積は，

$\mathrm{S}=\int_0^4\{(2x-1)-(x^2-2x-1)\}dx$

$=\int_0^4(-x^2+4x)\,dx$

$=\left[-\frac{1}{3}x^3+2x^2\right]_0^4$

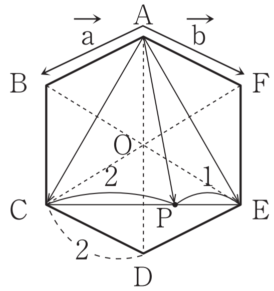
$=\frac{32}{3}$

<u>$\frac{32}{3}$</u>

</td></tr>
</table>

問題4　［各10点］

［1］



六角形の中心をOとすると，

$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AO}=\overrightarrow{AB}+(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BO})=2\vec{a}+\vec{b}$

$\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{AO}=\overrightarrow{AF}+(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BO})=\vec{a}+2\vec{b}$

$\overrightarrow{AP}=\dfrac{\overrightarrow{AC}+2\overrightarrow{AE}}{3}=\dfrac{(2\vec{a}+\vec{b})+2(\vec{a}+2\vec{b})}{3}=\dfrac{4\vec{a}+5\vec{b}}{3}$

$\underline{\overrightarrow{AC}=2\vec{a}+\vec{b}}$

$\underline{\overrightarrow{AE}=\vec{a}+2\vec{b}}$

$\underline{\overrightarrow{AP}=\dfrac{4\vec{a}+5\vec{b}}{3}}$

［2］

$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos120^\circ=2\times2\times\left(-\dfrac{1}{2}\right)=-2$

$|\overrightarrow{AP}|^2=\dfrac{1}{9}|4\vec{a}+5\vec{b}|^2$

$=\dfrac{1}{9}(16|\vec{a}|^2+40\vec{a}\cdot\vec{b}+25|\vec{b}|^2)$

$=\dfrac{1}{9}(64-80+100)$

$=\dfrac{84}{9}$

$|\overrightarrow{AP}|\geqq0$より

$|\overrightarrow{AP}|=\dfrac{2\sqrt{21}}{3}$

$\underline{\dfrac{2\sqrt{21}}{3}}$

評　点		