

解説 *Explanation*

ものつくり大学における CAE 教育

原稿受付 2011 年 3 月 31 日

ものつくり大学紀要 第 2 号 (2011) 72~75

野村 大次

ものつくり大学 技能工芸学部 製造学科

A Trial of the CAE Education in Institute of Technologists

Daiji Nomura

Dept. of Manufacturing Technologists, Institute of Technologists

Abstract A summary of CAE education in Dept. of Manufacturing is described. One of the main CAE subject "CAE and basic exercises" is based on lecture and theoretical calculation by MS-EXCEL. Another "CAE and applied exercises" is based on lecture and practical calculation by using some CAE software.

Key Words : CAE education, Finite Element Method, Numerical Calculation, CAE Software

1. はじめに

本学はものづくりをその名に標榜し、開学して満 10 年が経過した。その間、製造学科では独自のものづくり教育を進めて来ており、ものづくりの実技教育に重点をおきながら、その基礎である設計解析教育にも力を置いている。本報ではそのうちの CAE 教育に関して「CAE 基礎/応用および演習」科目を例として、その特徴と成果について報告する。

2. 製造学科における CAE 教育

2 年次前半までの力学教育を踏まえ、第 4 クォータ～3 年次第 1 クォータにかけて「CAE 基礎/応用」科目が用意されている。これらの科目では、CAE の中心手法である有限要素法について、その基礎理論と市販ソフトウェアを利用した応用方法を、演習を多用して学ばせるものである。即ち、「CAE 基礎」では EXCEL と Fortran を活用した理論演習

を行い、「同応用」では、市販ソフトウェアを利用した解析演習（静解析・熱・振動・動解析を含む）を行った。何れの科目も授業定員 70 名で、2 名の TA が授業補助に当たる。

2.1 EXCEL を活用した理論演習と Fortran プログラム実習

2 年次 4Q での「CAE 基礎」科目では、有限要素法の概要、同定式化、同解法を解説しながら、それらに対応する演習を EXCEL と Fortran90 プログラミングを活用する方法で行っている。

有限要素の要素剛性マトリックス $[k^e]$ は一般に次式で与えられる。

$$[k^e] = \int_V [B]^T [D] [B] dV \quad (1)$$

ここで $[B]$ 、 $[D]$ はそれぞれひずみ-変位マトリックス、応力-ひずみマトリックスである。定歪 3 角形要素では上記積分は体積を乗ずればよいことになり、積分計算が簡単になる。

$$[k^e] = [B]^T [D] [B] \Delta t \quad (2)$$

ここで Δ , t は3三角形の面積と板厚である。

EXCEL の活用では以下の項目に関して矩形板の引張り問題を例として演習を行い、各種マトリックスの内容を理解させた。

- ① 平面応力問題での応力-ひずみ行列[D]の計算
- ② 定歪3三角形要素での歪-変位行列 [B]の計算
- ③ 同要素剛性マトリックス [k^e]の計算
- ④ 全体剛性マトリックス[K]の計算と拘束/荷重条件の設定
- ⑤ Gauss の消去法による連立方程式の求解
- ⑥ 要素応力の計算

問題の定義を Fig.1 に示し、要素剛性マトリックスの計算例を Fig.2 に示す。

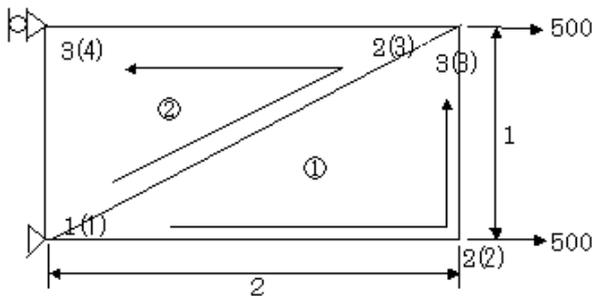


Fig.1 Problem definition

要素ID	[b]	[B]	[D]	[k ^e]	[K]
1	0.5	0	0.5	0	0
2	0	0	-1	0	0
3	0	0	0	0	0

Fig.2 Element stiffness matrix calculation

マトリックス計算では EXCEL 内蔵の関数は用いず、定義に従った計算を行わせることで、より理解を深めさせる。更に、変位計算・応力計算にまで至れば、それらが材力の知識による解と一致することを確認させる。

有限要素法を理解するにはプログラムを作成することが最も近道であると言われる。授業では時間的な制約から、代りに著者が作成したプログラムのプログラム構造・処理概要・ソースプログラムを解説した上で、上記①～③に対応するプログラムの要所にチェックライトを挿入させ、計算結果を比較検討させた。⑤, ⑥には計算結果リストが対応している。プログラミング言語には Fortran90 を用い、コンパイラにはフリーソフトの gfortran¹⁾ を利用した。プログラミング例の一

部を Fig.3 に示す。□の部分が入力させたコーディングである。

Fig.4.に Fortran プログラムによる計算結果例を示す。EXCEL による結果(Fig.2)とこの結果とが一致していることから、有限要素計算の中を自信を持って見通す力がつくようになると思われる。

```

! 2.1.3 ひずみ-変位マトリックス[B]を計算する.
IF (IPRNT .GE. 3) THEN
  WRITE(4,*) ' B MATRIX'
  WRITE(4,921) ((B(I, J), J=1, 6), I=1, 3)
  FORMAT(1P6G11.4)
END IF

! 要素の体積を計算する.
VOL = 0.5*DABS(DELT2)*THK(IP(IE))
IF (IPRNT .GE. 3) WRITE(4,*) ' VOLUME = ', VOL

! 2.1.4 応力マトリックス[S]を計算する.
CALL MXM (D, B, ES(1, 1, IE), 3, 3, 6)
IF (IPRNT .GE. 4) THEN
  WRITE(4,*) ' S MATRIX'
  WRITE(4,921) ((ES(I, J, IE), J=1, 6), I=1, 3)
END IF

! 2.1.5 要素剛性マトリックス[K]を計算する.
CALL MTM (B, ES(1, 1, IE), EK(1, 1, IE), 6, 3, 6)
CALL MXC (VOL, EK(1, 1, IE), 6)
IF (IPRNT .GE. 4) THEN
  WRITE(4,*) ' ELEMENT STIFFNESS MATRIX'
  WRITE(4,921) ((EK(I, J, IE), J=1, 6), I=1, 6)
END IF
    
```

Fig.3 Coding example

```

ELEMENT NO. = 1
D MATRIX
  2.198E+05  6593.  .0000
  6593.  .2198E+05  .0000
  .0000  .0000  7692.

B MATRIX
- 5000  .0000  .5000  .0000  .0000  .0000
.0000  .0000  .0000  -1.000  .0000  1.000
.0000  -.5000  -1.000  .5000  1.000  .0000

VOLUME = 10.0000000000000000

S MATRIX
-.1099E+05  .0000  .1099E+05  -6593.  .0000  6593.
-3297.  .0000  3297.  -.2198E+05  .0000  .2198E+05
.0000  -3846.  -7692.  3846.  7692.  .0000

ELEMENT STIFFNESS MATRIX
.5495E+05  .0000  -.5495E+05  .3297E+05  .0000  -.3297E+05
.0000  .1923E+05  .3846E+05  -.1923E+05  -.3846E+05  .0000
-.5495E+05  .3846E+05  .1319E+06  -.7143E+05  -.7692E+05  .3297E+05
.3297E+05  -.1923E+05  -.7143E+05  .2390E+06  .3846E+05  -.2198E+06
.0000  -.3846E+05  -.7692E+05  .3846E+05  .7692E+05  .0000
-.3297E+05  .0000  .3297E+05  -.2198E+06  .0000  .2198E+06
    
```

Fig.4 Calculated example

2.2 市販CAEソフトウェアを活用した解析演習
前節での学習を踏まえて、3年次第1Qでは「CAE応用」科目として、市販CAEソフトウェアを活

用した解析演習を行っている。本学では2年次で材力系科目以外に伝熱工学・流体工学等の基礎工学系科目の学習が修了しているため、ここではそれらに関連する解析手法についても学習する。ここで学習する項目を Table 1 に示す。CAE ソフトウェアとしては、No.1~5 と 7 には NX_Nastran を用い、No.6 には ANSYS/FLOTRAN を、No.7 には ANSYS/LS-DYNA を用いた。

Table 1 Analysis examples by using CAE software

No.	category	Contents	Point
1	Statics	Cantilevered Beam	Theoretical Solution
2		Thick Cylinder	
3	Eigen Vibration	Eigen Frequency and Mode of Cantilevered Beam	Section Modulus
4	Heat	Basic Example	Theoretical Solution
5	Thermal Stress	Thick Cylinder under Heat Convection	
6	Fluid	Diffuser Flow	Boundary
7	Statics	Crank Throw 3D Analysis	TETRA
8	Explicit	Box Drop	Stress Wave

以下に代表的な授業内容・方法について説明する。No.1 と 2 ではまだ学生たちが CAE ソフトウェアの操作にまだ不慣れなため、操作方法・結果リストの読み方等の説明に1コマ程度を要した。No.3 以降では毎回異なった解析種別であるため、解析理論の説明に各々1コマ程度の時間が必要であった。

(1) 自由端に横荷重を受ける片持ち梁

材力の基本問題であるが、平面要素ではよい精度が得にくい問題である。長さ $L=100\text{mm}$ 、高さ $h=10\text{mm}$ 、幅 $b=10\text{mm}$ である片持ち梁の自由端に力 $F=100\text{kgf}$ をさせると、その最大撓みと最大曲げ応力は夫々自由端と固定端で次の値となる。

$$\delta_{\max} = \frac{Pl^3}{3EI} = 2 \quad (\text{mm})$$

$$\sigma_{\max} = \frac{M}{Z} = \frac{6Pl}{bh^2} = 60 \quad (\text{kgf/mm}^2) \quad (3)$$

解析モデルの分割数を 16×16 として解析実行させた結果の変形と σ_x の応力コンタ図を Fig.5. に示す。一般に計算によって得られる応力成分には多くのものがあり、座標系や板上下面とも関連させて、適切な表示方法を選ぶ必要性を教える。

解析結果リストから $\delta_{\max}=2.003\text{mm}$, $\sigma_{x\max}=55.3562$

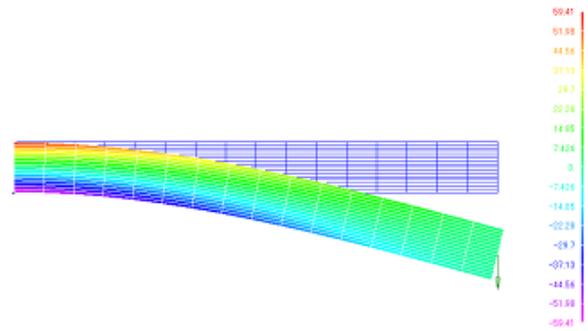


Fig.5 Cantilevered beam (16x16 division)

kgf/mm^2 が得られるので、この分割ではほぼ材力理論解に近い値が得られていることを確認させる。更に、分割数を $1 \times 1, 2 \times 2, 4 \times 4, 8 \times 8$ と変更して計算した荷重端撓みの値を縦軸にとり、節点数を横軸にとって EXCEL でグラフ化させると Fig.6. の様になる。分割数を $1 \sim 16$ と増加させて計算させることにより、要素分割数に対する解の収束性を理解させることができる。

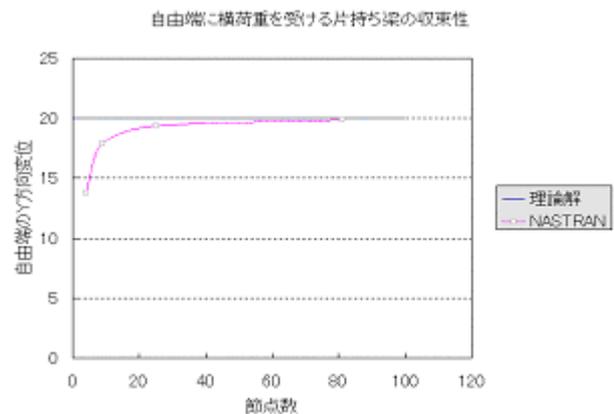


Fig.6 Convergence of cantilevered beam

(2) 片持ち梁の固有振動解析

一般に梁構造では梁断面に関して6成分の断面性能を設定する必要があるが、学生達にとって煩雑であり理解し難いところである。ここでは Femap の梁断面性能自動計算機能を利用した片持ち梁の固有振動解析について説明する。

前節(1)と同じ寸法の梁を考え、梁要素でモデル化する。断面性能を定義する画面が Fig.7 であり、[断面形状] ボタンを押すことで断面定義画面 (Fig.8) に移り、各種の定型断面について断面性能を自動計算する事ができる。



Fig.7. Beam section property dialog

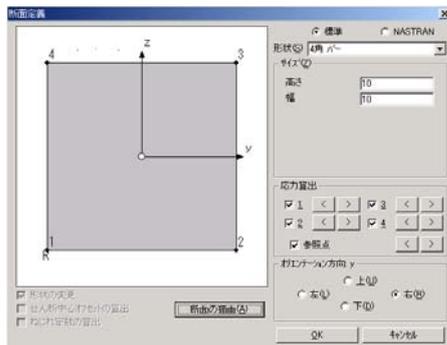


Fig.8. Section definition dialog

断面積 A ，断面 2 次モーメント I_z, I_y は容易に手計算できる． 捩り定数 J の値は教科書の表²⁾から係数 $f_1=0.141$ を引用して

$$J = f_1 h^4 = 0.141 \times 10^4 \quad (mm^4) \quad (4)$$

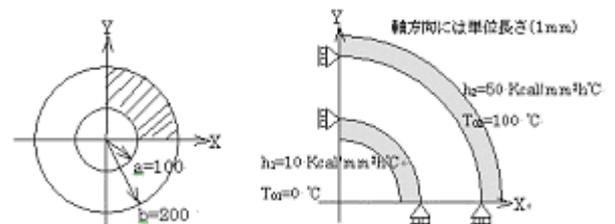
であり、Fig.7 と一致していることを理解させる．

剪断断面積係数の式には種々の説があり、剪断歪エネルギー説では $k=5/6=0.8333$ で、最大せん断応力説では $k=2/3=0.6667$ であり、Cowpe の説では 0.8497 である． Femap では $k=0.8501$ の値を示しており、これら 3 者の何れとも異なる式で計算していることが分る．

固有振動解析には 3 次までの固有振動数と振動モードを、要素分割数 1,2,5,10 について計算させ、理論解と比較・考察させた．

(3) 内外面に対流熱伝達を受ける厚肉円筒

熱伝導基本問題の後に上記例題を設定して、定常熱伝導・熱応力問題へのより深い理解を狙った．解析領域と境界条件を Fig.9 に示す．また解析結果から、温度コンタ図を Fig.10 に示す．



(a) Analysis region (b) Boundary conditions
Fig.9 Thick cylinder under heat convection

その温度に基づく熱応力 σ_r, σ_θ の半径方向分布は（この場合は半径方向 6 分割・周方向 12 分割であるが）良好な理論解との一致が得られている事に学生達は気づく．

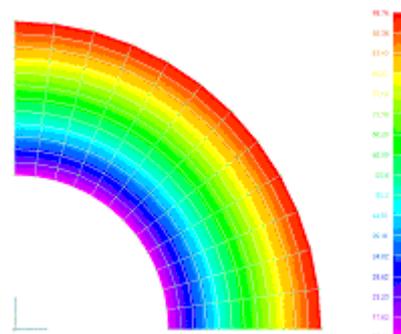


Fig.10. Temperature distribution

3. おわりに

上記に説明した「CAE 基礎/応用」科目は 2003 年度開講以来、本学の理念に従い、次の考えに基づいて構築されている．

①ものつくりの基本は設計であり、CAE はその強力なツールである． ②ものつくり高度技能者は CAE を使いこなすべきである． ③使いこなすためには操作法の技能修得だけでなく、背景の力学的知識を涵養し、ソフトウェアの中の処理を見通す力を育てることが重要である．

2008 年度からは同科目を履修し、単位修得して申請した者に対して日本機械学会・計算力学技術者（初級）が認定されており、これまでに 30 名以上が認定されている． 今後、同科目の更なる充実を目指して努力して行きたい．

参考文献

- 1) <http://gcc.gnu.org/wiki/GFortran>
- 2) 有光隆，図解でわかるはじめての材料力学，技術評論社，1999,p.59