2020（令和2）年度	数学特待生入学試験 一般入学試験後期

数学 解答欄

問題1 ［各10点］

［1］	$x^3-2x^2-x+2=0$ $(x-1)(x^2-x-2)=0$ $(x-1)(x-2)(x+1)=0$ $x=1,\ 2,\ -1$ $\underline{x=1,\ 2,\ -1}$
［2］	$2\cos^2\theta+7\sin\theta+2=0$ $2(1-\sin^2\theta)+7\sin\theta+2=0$ $2\sin^2\theta-7\sin\theta-4=0$ $(2\sin\theta+1)(\sin\theta-4)=0$ $-1\leqq\sin\theta\leqq 1$ より，$\sin\theta=-\dfrac{1}{2}$ $0\leqq\theta<2\pi$ より，$\theta=\dfrac{7}{6}\pi,\ \dfrac{11}{6}\pi$ $\underline{\theta=\dfrac{7}{6}\pi,\ \dfrac{11}{6}\pi}$

[3]

$\log_3 x + \log_3 (x-8) \leqq 2$

真数条件より $\begin{cases} x>0 \\ x-8>0 \end{cases}$ 　よって，$x>8$・・・①

$\log_3 x(x-8) \leqq \log_3 9$

$x^2-8x \leqq 9$

$x^2-8x-9 \leqq 0$

$(x-9)(x+1) \leqq 0$

$-1 \leqq x \leqq 9$・・・②

①，②より，$8<x\leqq 9$

<u>$8<x\leqq 9$</u>

[4]

<u>< 1 ></u> 選択した番号を書くこと

（1）部屋Aに３人入れ，残りを部屋Bに入れればよいので

$_6C_3=20$

<u>20通り</u>

（2）６人を２つの部屋A，Bに入れる入れ方は　$2^6=64$

全員がAまたはBに入るのは除くので，$64-2=62$

<u>62通り</u>

<u>< 2 ></u> 選択した番号を書くこと

（1）$143_{(5)}$を10進法で表すと，$5^2+4\times5+3=48$

$$
\begin{array}{r|l}
2 & 48 \\
2 & 24 \cdots 0 \\
2 & 12 \cdots 0 \\
2 & 6 \cdots 0 \\
2 & 3 \cdots 0 \\
 & 1 \cdots 1
\end{array}
$$

よって，$110000_{(2)}$

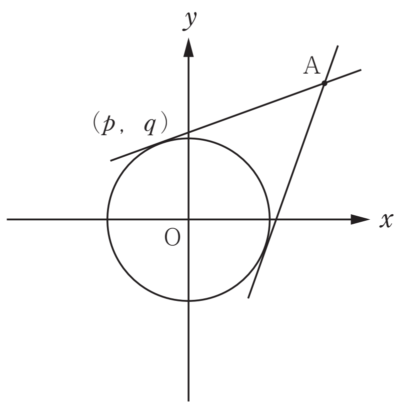
<u>$110000_{(2)}$</u>

（2）

$$
\begin{array}{r}
11011 \\
\times \quad 101 \\
\hline
11011 \\
11011 \\
\hline
10000111
\end{array}
$$

<u>$10000111_{(2)}$</u>

問題2　　　　[1]10点 [2][3]各5点

[1]	$x^2+y^2=5$・・・① 接点の座標を（p，q）とおくと （p，q）は円周上の点であるから $p^2+q^2=5$・・・② 接点（p，q）における接線の方程式は $px+qy=5$・・・③ ③はA(5，5) を通ることから $5p+5q=5$　　$p=1-q$・・・④ ④を②に代入すると $(1-q)^2+q^2=5$ $(1-2q+q^2)+q^2-5=0$ $q^2-q-2=0$ $(q-2)(q+1)=0$ $q=2,\ -1$ $q=2$ のとき $p=-1$，$q=-1$ のとき $p=2$ 接点の座標は，(−1，2)，(2，−1)  (−1，2)，(2，−1)
[2]	B(−1，2)，C(2，−1) とする。 直線BCの方程式は $y-2=\frac{-1-2}{2+1}(x+1)$ $y=-x+1$ $y=-x+1$
[3]	点A(5，5) と直線BC：$x+y-1=0$ との距離は $\frac{\lvert 5+5-1\rvert}{\sqrt{1+1}}=\frac{9}{\sqrt{2}}=\frac{9\sqrt{2}}{2}$ $\frac{9\sqrt{2}}{2}$

問題 3　［各10点］

［1］

$y=4x^3-6x^2$

$y'=12x^2-12x$

$=12x(x-1)$

x	$\cdots$	0	$\cdots$	1	$\cdots$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$\nearrow$	0	$\searrow$	-2	$\nearrow$

増減表より

$x=0$のとき，極大値　0

$x=1$のとき，極小値　-2

$x=0$のとき，極大値　0

$x=1$のとき，極小値　-2

［2］

$y=4x^3-6x^2$のグラフとx軸との共有点のx座標は

$4x^3-6x^2=0$

$2x^2(2x-3)=0$

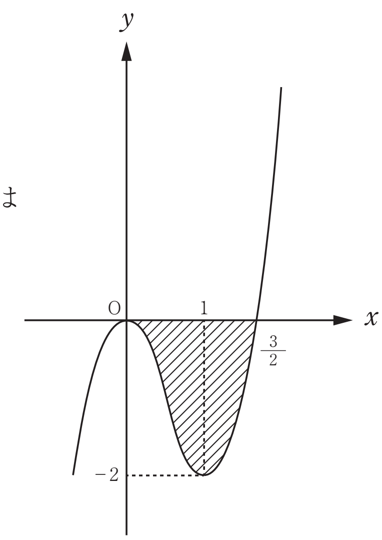
$x=0,\ \dfrac{3}{2}$

$S=\displaystyle\int_0^{\frac{3}{2}}(-4x^3+6x^2)\,dx$

$=\left[-x^4+2x^3\right]_0^{\frac{3}{2}}$

$=-\dfrac{81}{16}+\dfrac{27}{4}$

$=\dfrac{27}{16}$



$\dfrac{27}{16}$

2020（令和2）年度	数学特待生入学試験 一般入学試験後期

問題4　　［各10点］

［1］

（1）

A(1, 2, 1), B(3, 0, 2), C(0, 2, 0) より

$\overrightarrow{AB}=(2,\ -2,\ 1)$

$\overrightarrow{AC}=(-1,\ 0,\ -1)$

$\underline{\overrightarrow{AB}=(2,\ -2,\ 1)}$

$\underline{\overrightarrow{AC}=(-1,\ 0,\ -1)}$

（2）

$|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{4+4+1}=3$

$|\overrightarrow{AC}|=\sqrt{1+0+1}=\sqrt{2}$

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=-2+0-1=-3$

$\angle BAC=\theta$ とおくと

$$\cos\theta=\frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AC}|}$$

$$=\frac{-3}{3\times\sqrt{2}}=-\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$0^\circ\leqq\theta\leqq180^\circ$ より, $\theta=135^\circ$

$\underline{\theta=135^\circ}$

［2］

第k項は

$$\frac{1}{\sqrt{k}+\sqrt{k+2}}=\frac{\sqrt{k}-\sqrt{k+2}}{k-(k+2)}=\frac{1}{2}(\sqrt{k+2}-\sqrt{k})$$

であるから, この式に$k=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ n$を代入して加えると

$$\frac{1}{1+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{2}+2}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+2}}$$

$$=\frac{1}{2}\{(\cancel{\sqrt{3}}-1)+(\cancel{2}-\sqrt{2})+(\cancel{\sqrt{5}}-\cancel{\sqrt{3}})+(\cancel{\sqrt{6}}-\cancel{2})\ \cdots+(\cancel{\sqrt{n-1}})-\cancel{\sqrt{n-3}})$$

$$+(\cancel{\sqrt{n}}-\cancel{\sqrt{n-2}})+(\sqrt{n+1}-\cancel{\sqrt{n-1}})+(\sqrt{n+2}-\cancel{\sqrt{n}})\}$$

$$=\frac{1}{2}(\sqrt{n+2}+\sqrt{n+1}-\sqrt{2}-1)$$

$$\underline{\frac{1}{2}(\sqrt{n+2}+\sqrt{n+1}-\sqrt{2}-1)}$$

評　点		