2021（令和3）年度	数学特待生入学試験 一般入学試験後期

数学 解答欄

問題1 ［各10点］

［1］	(1) $(1+i)^3=1+3i+3i^2+i^3$ $=1+3i-3-i$ $=-2+2i$ $-2+2i$ (2) $\dfrac{3+4i}{1+2i}=\dfrac{(3+4i)(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)}$ $=\dfrac{3-6i+4i-8i^2}{1-4i^2}$ $=\dfrac{11-2i}{5}$ $\dfrac{11-2i}{5}$
［2］	$\log_5 24=\dfrac{\log_{10}24}{\log_{10}5}$ $=\dfrac{\log_{10}2^3+\log_{10}3}{\log_{10}10-\log_{10}2}$ $=\dfrac{3\log_{10}2+\log_{10}3}{\log_{10}10-\log_{10}2}$ $=\dfrac{3a+b}{1-a}$ $\dfrac{3a+b}{1-a}$

[3]

(1) 初項8，交差−6　より

$a_n = 8 + (n-1)\cdot(-6)$

$= -6n + 14$

$\underline{a_n = -6n + 14}$

(2) $S_n = \dfrac{n\{8 + (-6n + 14)\}}{2}$

$= n(11 - 3n)$

$\underline{S_n = n(11 - 3n)}$

[4]

<　1　>　選択した番号を書くこと

(1)　5以下の目が出る確率は $\dfrac{5}{6}$ なので，

すべての目が5以下の確率は

$\dfrac{5}{6}\cdot\dfrac{5}{6}\cdot\dfrac{5}{6} = \dfrac{125}{216}$

$\underline{\dfrac{125}{216}}$

(2) すべての目が4以下の確率は

$\dfrac{4}{6}\cdot\dfrac{4}{6}\cdot\dfrac{4}{6} = \dfrac{8}{27}$

すべての目が5以下の確率からすべての目が4以下の確率を引くと

最大値が5である確率になるので

$\dfrac{125}{216} - \dfrac{8}{27} = \dfrac{61}{216}$

$\underline{\dfrac{61}{216}}$

<　2　>　選択した番号を書くこと

$\dfrac{2}{x} + \dfrac{1}{y} = 1$

$2y + x = xy$

$xy - x - 2y = 0$

$xy - x - 2y + 2 = 2$

$(x-2)(y-1) = 2$

x, yは整数なので，$x-2$，$y-1$も整数

$(x-2, y-1) = (2, 1), (1, 2), (-2, -1), (-1, -2)$

よって

$(x, y) = (4, 2), (3, 3), (0, 0), (1, -1)$

$x \neq 0$，$y \neq 0$なので

$(x, y) = (4, 2), (3, 3), (1, -1)$

$\underline{(x, y) = (4, 2), (3, 3), (1, -1)}$

問題２　　　　［１］12点［２］８点

［１］

$y = -3x^2(x-1)$

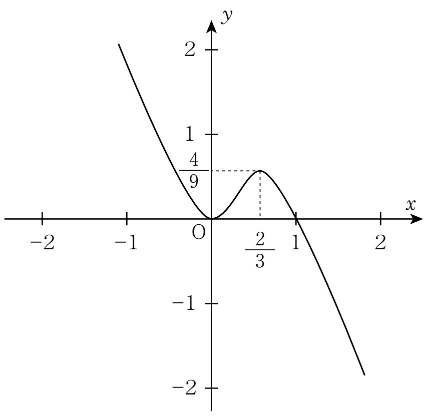
$\quad = -3x^3+3x^2$

$y' = -9x^2+6x$

$\quad = -9x\left(x-\dfrac{2}{3}\right)$

増減表は次のようになる。

x	$\cdots$	0	$\cdots$	$\dfrac{2}{3}$	$\cdots$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	↘	0	↗	$\dfrac{4}{9}$	↘



$x=\dfrac{2}{3}$ のとき　極大値 $\dfrac{4}{9}$

$x=0$ のとき　極小値 0

［２］

$y=-3x^2(x-1)$ のグラフとx軸との共有点のx座標は

$-3x^2(x-1)=0$

$x=0,\ 1$

$S=\displaystyle\int_0^1 -3x^2(x-1)\,dx$

$\quad = \left[-\dfrac{3}{4}x^4+x^3\right]_0^1$

$\quad = -\dfrac{3}{4}+1$

$\quad = \dfrac{1}{4}$

$\dfrac{1}{4}$

2021（令和3）年度

数学特待生入学試験
一般入学試験後期

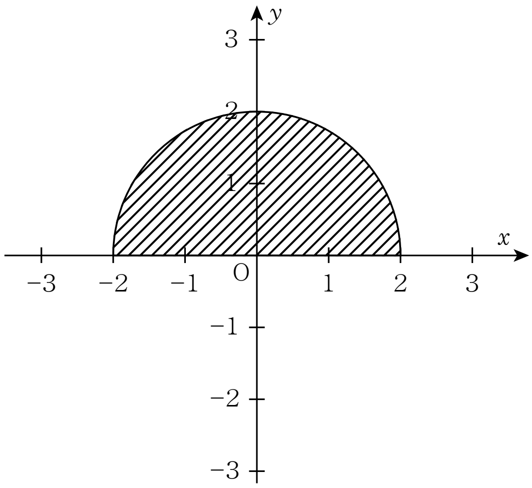
問題３

［１］５点［２］15点

［1］

円$x^2+y^2=4$の内部と直線$y=0$の上側の共通部分である。

ただし，境界線を含む。



［2］

$2x+y=k$とする。

$y=-2x+k$が領域Dと共有点をもつとき，

kの値が最小になるのは（$-2, 0$）を通るときなので，

$k=-4+0=-4$

kの値が最大になるのは直線$y=-2x+k$と

円$x^2+y^2=4$が接するときなので，

$$\begin{cases} x^2+y^2=4 \\ y=-2x+k \end{cases}$$

$x^2+(-2x+k)^2=4$

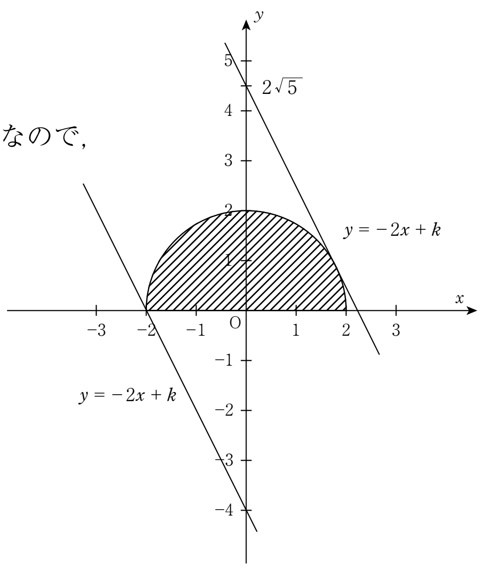
$5x^2-4kx+k^2-4=0$

$D/4=4k^2-5(k^2-4)=0$より

$k^2=20$

$k=\pm 2\sqrt{5}$

グラフより　$k=2\sqrt{5}$



最大値　$2\sqrt{5}$

最小値　-4

問題４　　　　［１］［２］各５点［３］10点

［1］	$\cos 75^\circ = \cos(45^\circ + 30^\circ)$ $= \cos 45^\circ \cos 30^\circ - \sin 45^\circ \sin 30^\circ$ $= \dfrac{1}{\sqrt{2}} \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} - \dfrac{1}{\sqrt{2}} \cdot \dfrac{1}{2}$ $= \dfrac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$ $= \dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ $\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$
［2］	$\vec{a} \cdot \vec{b} = \lvert\vec{a}\rvert \lvert\vec{b}\rvert \cos 75^\circ$ $= 2 \cdot \sqrt{6} \cdot \dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ $= \dfrac{6-2\sqrt{3}}{2}$ $= 3-\sqrt{3}$ $3-\sqrt{3}$
［3］	$AB^2 = \lvert\vec{b}-\vec{a}\rvert^2$ $= \lvert\vec{b}\rvert^2 - 2\vec{a}\cdot\vec{b} + \lvert\vec{a}\rvert^2$ $= 6 - 2(3-\sqrt{3}) + 4$ $= 4+2\sqrt{3}$ AB＞0より $\mathrm{AB} = \sqrt{4+2\sqrt{3}}$ $= \sqrt{(\sqrt{3}+1)^2}$ $= \sqrt{3}+1$ $\sqrt{3}+1$

評　点		