

数学 解答欄

問題 1

[各10点]

[1]	<p>(1) $(1+i)^3 = 1 + 3i + 3i^2 + i^3$ $= 1 + 3i - 3 - i$ $= -2 + 2i$</p> <p style="text-align: right;"><u>$-2 + 2i$</u></p> <p>(2) $\frac{3+4i}{1+2i} = \frac{(3+4i)(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)}$ $= \frac{3-6i+4i-8i^2}{1-4i^2}$ $= \frac{11-2i}{5}$</p> <p style="text-align: right;"><u>$\frac{11-2i}{5}$</u></p>
[2]	<p>$\log_5 24 = \frac{\log_{10} 24}{\log_{10} 5}$ $= \frac{\log_{10} 2^3 + \log_{10} 3}{\log_{10} 10 - \log_{10} 2}$ $= \frac{3\log_{10} 2 + \log_{10} 3}{\log_{10} 10 - \log_{10} 2}$ $= \frac{3a + b}{1 - a}$</p> <p style="text-align: right;"><u>$\frac{3a + b}{1 - a}$</u></p>

[3]	<p>(1) 初項8, 交差-6 より</p> $a_n = 8 + (n-1) \cdot (-6)$ $= -6n + 14$ $\underline{a_n = -6n + 14}$ <p>(2) $S_n = \frac{n\{8 + (-6n + 14)\}}{2}$</p> $= n(11 - 3n)$ $\underline{S_n = n(11 - 3n)}$
[4]	<p>< 1 > 選択した番号を書くこと</p> <p>(1) 5以下の目が出る確率は $\frac{5}{6}$ なので, すべての目が5以下の確率は</p> $\frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{125}{216}$ $\underline{\frac{125}{216}}$ <p>(2) すべての目が4以下の確率は</p> $\frac{4}{6} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{4}{6} = \frac{8}{27}$ <p>すべての目が5以下の確率からすべての目が4以下の確率を引くと 最大値が5である確率になるので</p> $\frac{125}{216} - \frac{8}{27} = \frac{61}{216}$ $\underline{\frac{61}{216}}$ <p>< 2 > 選択した番号を書くこと</p> $\frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 1$ $2y + x = xy$ $xy - x - 2y = 0$ $xy - x - 2y + 2 = 2$ $(x-2)(y-1) = 2$ <p>x, yは整数なので, $x-2, y-1$も整数</p> $(x-2, y-1) = (2, 1), (1, 2), (-2, -1), (-1, -2)$ <p>よって</p> $(x, y) = (4, 2), (3, 3), (0, 0), (1, -1)$ <p>$x \neq 0, y \neq 0$なので</p> $(x, y) = (4, 2), (3, 3), (1, -1)$ $\underline{(x, y) = (4, 2), (3, 3), (1, -1)}$

問題2

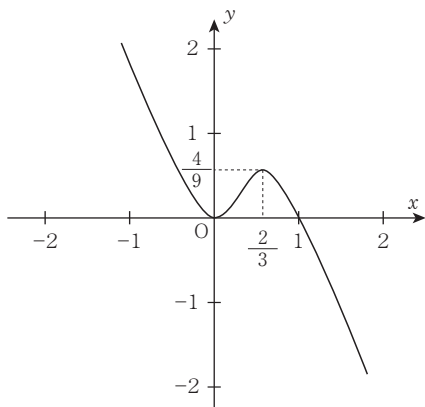
[1]12点 [2] 8点

[1]

$$\begin{aligned}
 y &= -3x^2(x-1) \\
 &= -3x^3+3x^2 \\
 y' &= -9x^2+6x \\
 &= -9x\left(x-\frac{2}{3}\right)
 \end{aligned}$$

増減表は次のようになる。

x	...	0	...	$\frac{2}{3}$...
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	↘	0	↗	$\frac{4}{9}$	↘



$$\begin{array}{l}
 x = \frac{2}{3} \text{ のとき} \quad \text{極大値} \quad \frac{4}{9} \\
 \hline
 x = 0 \text{ のとき} \quad \text{極小値} \quad 0
 \end{array}$$

[2]

$$\begin{aligned}
 &y = -3x^2(x-1) \text{ のグラフと } x \text{ 軸との共有点の } x \text{ 座標は} \\
 &-3x^2(x-1) = 0 \\
 &x = 0, 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 S &= \int_0^1 -3x^2(x-1) dx \\
 &= \left[-\frac{3}{4}x^4 + x^3 \right]_0^1 \\
 &= -\frac{3}{4} + 1 \\
 &= \frac{1}{4}
 \end{aligned}$$

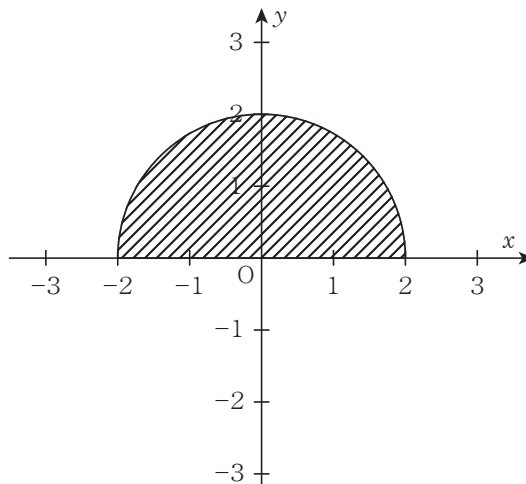
$$\frac{1}{4}$$

問題3

[1] 5点 [2] 15点

[1]

円 $x^2 + y^2 = 4$ の内部と直線 $y = 0$ の上側の共通部分である。
ただし、境界線を含む。



[2]

$2x + y = k$ とする。

$y = -2x + k$ が領域Dと共有点をもつとき、

k の値が最小になるのは $(-2, 0)$ を通るときなので、

$$k = -4 + 0 = -4$$

k の値が最大になるのは直線 $y = -2x + k$ と

円 $x^2 + y^2 = 4$ が接するときなので、

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ y = -2x + k \end{cases}$$

$$x^2 + (-2x + k)^2 = 4$$

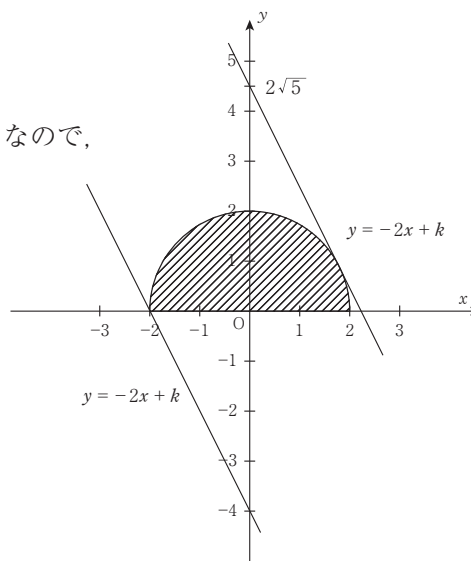
$$5x^2 - 4kx + k^2 - 4 = 0$$

$$D/4 = 4k^2 - 5(k^2 - 4) = 0 \text{より}$$

$$k^2 = 20$$

$$k = \pm 2\sqrt{5}$$

グラフより $k = 2\sqrt{5}$



最大値 $2\sqrt{5}$

最小値 -4

問題4

[1][2]各5点 [3]10点

[1]	$\begin{aligned}\cos 75^\circ &= \cos(45^\circ + 30^\circ) \\ &= \cos 45^\circ \cos 30^\circ - \sin 45^\circ \sin 30^\circ \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2} \\ &= \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}\end{aligned}$ $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$
[2]	$\begin{aligned}\vec{a} \cdot \vec{b} &= \vec{a} \vec{b} \cos 75^\circ \\ &= 2 \cdot \sqrt{6} \cdot \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} \\ &= \frac{6-2\sqrt{3}}{2} \\ &= 3-\sqrt{3}\end{aligned}$ $3-\sqrt{3}$
[3]	$\begin{aligned}AB^2 &= \vec{b} - \vec{a} ^2 \\ &= \vec{b} ^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} ^2 \\ &= 6 - 2(3-\sqrt{3}) + 4 \\ &= 4 + 2\sqrt{3}\end{aligned}$ <p>AB>0より</p> $\begin{aligned}AB &= \sqrt{4+2\sqrt{3}} \\ &= \sqrt{(\sqrt{3}+1)^2} \\ &= \sqrt{3}+1\end{aligned}$ $\sqrt{3}+1$

評 点