2022（令和4）年度

数学特待生入試 一般入試C日程

数学 解答欄

問題1 ［各10点］

<table>
<tr><td>[1]</td><td>
真数は正であるから，$-x+4>0$，$x+5>0$，$3x+8>0$
これらを同時に満たすxの範囲は
$-\dfrac{8}{3}<x<4$ ………①
$\log_{\frac{1}{2}}\dfrac{1}{3x+8}=\dfrac{-\log_2(3x+8)}{\log_2\dfrac{1}{2}}=\log_2(3x+8)$ より
$\log_2(-x+4)+\log_2(x+5)\geqq\log_2(3x+8)$
$\log_2(-x+4)(x+5)\geqq\log_2(3x+8)$
底２は１より大きいので真数を比較して
$(-x+4)(x+5)\geqq(3x+8)$
$x^2+4x-12\leqq0$
$(x+6)(x-2)\leqq0$
$-6\leqq x\leqq2$ ………②
①，②より
$-\dfrac{8}{3}<x\leqq2$
<u>$-\dfrac{8}{3}<x\leqq2$</u>
</td></tr>
<tr><td>[2]</td><td>
第m項　第n項
$1,\ 2,\ 2^2,\ \cdots 2^{m-1},\ \cdots 2^{n-1}$
第m項から第n項までの和は，初項が 2^{m-1}，公比が２，
項数が $n-m+1$ の和となるので，
$\dfrac{2^{m-1}(1-2^{n-m+1})}{1-2}=\dfrac{2^{m-1}-2^n}{-1}=2^n-2^{m-1}$
<u>2^n-2^{m-1}</u>
</td></tr>
</table>

［3］

点Pの座標を$(x,\ y)$とすると

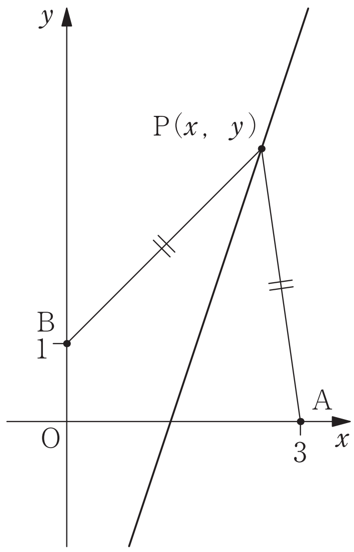
$\mathrm{AP}=\sqrt{(x-3)^2+(y-0)^2}$

$\mathrm{BP}=\sqrt{(x-0)^2+(y-1)^2}$

AP＝BPより　$\mathrm{AP}^2=\mathrm{BP}^2$であるから

$x^2-6x+9+y^2=x^2+y^2-2y+1$

$y=3x-4$



答　$y=3x-4$

［4］

＜　　＞選択した番号を書くこと

＜1＞

サイコロの目の合計が4，8，12になる場合の数を求める。

4になるのは1－3，2－2，3－1の3通り

8になるのは2－6，3－5，4－4，5－3，6－2の5通り

12になるのは6－6の1通り

求める確率は

$\frac{3+5+1}{6\times6}=\frac{1}{4}$

答　$\frac{1}{4}$

＜2＞

$3x+7y=40$より$3x=-7y+40$

$x>0$より，$y<\frac{40}{7}$

$y>0$でyは整数であるから，$1\leqq y\leqq5$

xが整数となるのは，

$y=1$のとき$x=11$

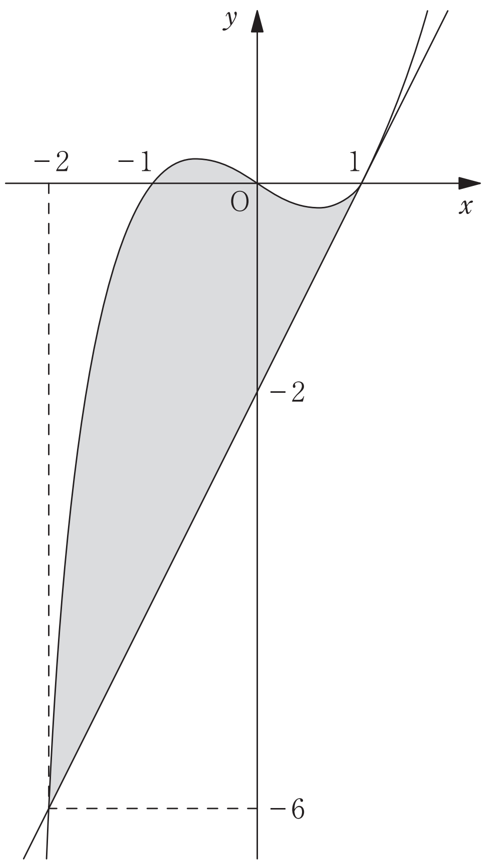
$y=4$のとき$x=4$

よって　(11，1)，(4，4)

答　(11，1)，(4，4)

問題２

［１］6点［２］14点

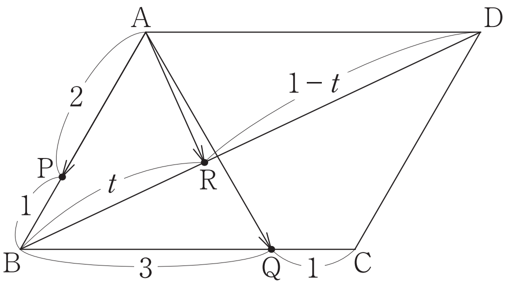
［１］	$y=x^3-x$ $y'=3x^2-1$ (1, 0)での接線の傾きは $x=1$ を代入して $y'=2$ 接線は傾き２で(1, 0)を通るので $y=2(x-1)$ $y=2x-2$ $\underline{y=2x-2}$
［２］	接線と曲線の交点は $\begin{cases} y=x^3-x \\ y=2x-2 \end{cases}$ $x^3-x=2x-2$ $x^3-3x+2=0$ $(x-1)^2(x+2)=0$ $x=1,\ -2$ 求める面積Sはグラフより $S=\int_{-2}^{1}\{x^3-x-(2x-2)\}\,dx$ $=\int_{-2}^{1}(x^3-3x+2)\,dx$ $=\left[\frac{1}{4}x^4-\frac{3}{2}x^2+2x\right]_{-2}^{1}$ $=\frac{3}{4}-(-6)=\frac{27}{4}$  $\underline{\frac{27}{4}}$

問題3

［1］6点［2］14点

［1］

$$\overrightarrow{AP} = \frac{2}{3}\vec{a}$$



$$\overrightarrow{AQ} = \vec{a} + \frac{3}{4}\vec{b}$$

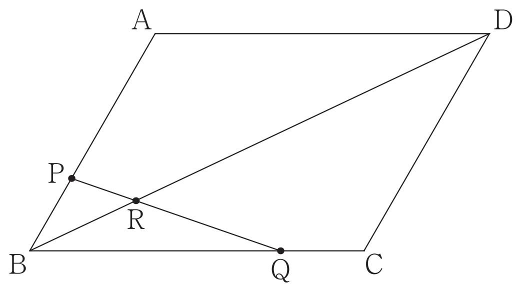
$$\overrightarrow{AR} = (1-t)\vec{a} + t\vec{b}$$

［2］

3点P，Q，Rが一直線上にあるので，

$\overrightarrow{PR} = k\overrightarrow{PQ}$

をみたす実数kが存在する。



$$\begin{aligned}\overrightarrow{PQ} &= \overrightarrow{AQ} - \overrightarrow{AP}\\ &= \left(\vec{a} + \frac{3}{4}\vec{b}\right) - \frac{2}{3}\vec{a}\\ &= \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{3}{4}\vec{b}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{PR} &= \overrightarrow{AR} - \overrightarrow{AP}\\ &= (1-t)\vec{a} + t\vec{b} - \frac{2}{3}\vec{a}\\ &= \left(\frac{1}{3} - t\right)\vec{a} + t\vec{b}\end{aligned}$$

$\overrightarrow{PR} = k\overrightarrow{PQ}$ より

$$\left(\frac{1}{3} - t\right)\vec{a} + t\vec{b} = \frac{1}{3}k\vec{a} + \frac{3}{4}k\vec{b}$$

$\vec{a}$，$\vec{b}$は$\vec{0}$ではなく，平行でないから

$$\begin{cases}\dfrac{1}{3} - t = \dfrac{1}{3}k\\ t = \dfrac{3}{4}k\end{cases}$$

これを解いて，

$$\begin{cases}t = \dfrac{3}{13}\\ k = \dfrac{4}{13}\end{cases}$$

$$t = \frac{3}{13}$$

2022（令和4）年度

数学特待生入試
一般入試C日程

問題4　　［1］4点［2］6点［3］10点

［1］

$t^2 = (\sin\theta + \cos\theta)^2 = \sin^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta = 1 + 2\sin\theta\cos\theta$ より

$2\sin\theta\cos\theta = t^2 - 1$

$y = t^2 - 1 - 2t$

$y = t^2 - 2t - 1$

<u>$y = t^2 - 2t - 1$</u>

［2］

合成すると

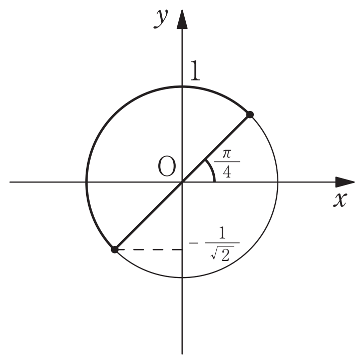
$t = \sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2}\sin\left(\theta + \dfrac{\pi}{4}\right)$

$0 \leqq \theta \leqq \pi$ より

$\dfrac{\pi}{4} \leqq \theta + \dfrac{\pi}{4} \leqq \dfrac{5}{4}\pi$

$-\dfrac{1}{\sqrt{2}} \leqq \sin\left(\theta + \dfrac{\pi}{4}\right) \leqq 1$ なので

$-1 \leqq t \leqq \sqrt{2}$



<u>$-1 \leqq t \leqq \sqrt{2}$</u>

［3］

$y = t^2 - 2t - 1$
$\quad = (t-1)^2 - 2$

$-1 \leqq t \leqq \sqrt{2}$ におけるグラフより

$t = 1$ のとき最小になり，その最小値は-2，

そのとき

$\sin\left(\theta + \dfrac{\pi}{4}\right) = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$\dfrac{\pi}{4} \leqq \theta + \dfrac{\pi}{4} \leqq \dfrac{5}{4}\pi$ より

$\theta + \dfrac{\pi}{4} = \dfrac{\pi}{4},\ \dfrac{3}{4}\pi$

$\theta = 0,\ \dfrac{\pi}{2}$

$t = -1$ のとき最大になり，その最大値は 2，

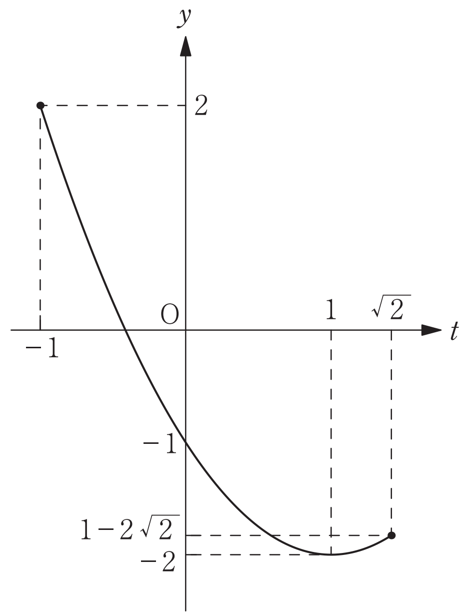
そのとき

$\sin\left(\theta + \dfrac{\pi}{4}\right) = -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$\dfrac{\pi}{4} \leqq \theta + \dfrac{\pi}{4} \leqq \dfrac{5}{4}\pi$ より

$\theta + \dfrac{\pi}{4} = \dfrac{5}{4}\pi$

$\theta = \pi$



<u>$\theta = 0,\ \dfrac{\pi}{2}$ のとき　最小値　-2</u>

<u>$\theta = \pi$ のとき　最大値　2</u>

評　点		