

数学 解答欄

問題 1

[各10点]

[1]	$\begin{cases} x+y=6 & \cdots\text{①} \\ xy=13 & \cdots\text{②} \end{cases}$ ①より $y=6-x$ ②に代入して $x(6-x)=13$ $x^2-6x+13=0$ $x=\frac{6\pm\sqrt{36-52}}{2}=\frac{6\pm 4i}{2}=3\pm 2i$ $\begin{array}{ll} x=3+2i \text{ のとき} & y=3-2i \\ x=3-2i \text{ のとき} & y=3+2i \end{array}$ $\begin{array}{ll} \left\{ \begin{array}{l} x=3+2i \\ y=3-2i \end{array} \right. & \left\{ \begin{array}{l} x=3-2i \\ y=3+2i \end{array} \right. \end{array}$ 【別解】 $\begin{cases} x+y=6 \\ xy=13 \end{cases}$ x, y は $t^2-6t+13=0$ の解 これを解くと $t=3\pm 2i$ $\begin{array}{ll} \left\{ \begin{array}{l} x=3+2i \\ y=3-2i \end{array} \right. & \left\{ \begin{array}{l} x=3-2i \\ y=3+2i \end{array} \right. \end{array}$
[2]	A(-2, 0), B(3, 0) 点Pの座標を (x, y) とする。 Pの満たす条件は $AP:BP=2:3$ $3AP=2BP \text{ より } 9AP^2=4BP^2$ $9\{(x+2)^2+y^2\}=4\{(x-3)^2+y^2\}$ $5x^2+60x+5y^2=0$ $x^2+12x+y^2=0$ $(x+6)^2+y^2=36$ よって 点Pの軌跡は 中心(-6, 0), 半径6の円 <u>中心(-6, 0), 半径6の円</u>

[3]

$$2\log_2(4-x) \geq \log_2 2x$$

$$\text{真数は正だから} \begin{cases} 4-x > 0 \\ 2x > 0 \end{cases}$$

$$\text{同時に満たす範囲は } 0 < x < 4 \quad \cdots \textcircled{1}$$

式を変形して

$$\log_2(4-x)^2 \geq \log_2 2x$$

底は2で1より大きいので

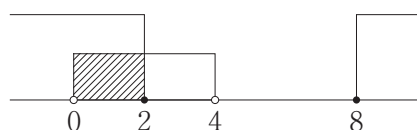
$$(4-x)^2 \geq 2x$$

$$x^2 - 10x + 16 \geq 0$$

$$(x-2)(x-8) \geq 0$$

$$x \leq 2, 8 \leq x \quad \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{より } 0 < x \leq 2$$



$$\underline{0 < x \leq 2}$$

[4]

< 1 >

4人がA, Bのどちらかを選ぶ選び方は 2^4 通り

AまたはBが空室になるのは2通り

$$2^4 - 2 = 14(\text{通り})$$

$$\underline{14\text{通り}}$$

【別解】

Aに1人, Bに3人 入れる入れ方は ${}_4C_1$ Aに2人, Bに2人 入れる入れ方は ${}_4C_2$ Aに3人, Bに1人 入れる入れ方は ${}_4C_3$

$${}_4C_1 + {}_4C_2 + {}_4C_3 = 4 + 6 + 4 = 14(\text{通り})$$

< 2 >

$$x = 3.666 \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$10x = 36.666 \quad \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{2} - \textcircled{1} \text{より}$$

$$9x = 33 \quad x = \frac{11}{3}$$

$$y = 2.7272 \quad \cdots \textcircled{3}$$

$$100y = 272.7272 \quad \cdots \textcircled{4}$$

$$\textcircled{4} - \textcircled{3} \text{より}$$

$$99y = 270 \quad y = \frac{30}{11}$$

$$xy = \frac{11}{3} \times \frac{30}{11} = 10$$

$$\underline{10}$$

問題2

[各10点]

[1]

$$y = x(x^2 - 3)$$

$$y = x^3 - 3x$$

$$y' = 3x^2 - 3$$

$$= 3(x+1)(x-1)$$

$$y' = 0 \text{ とすると } x = \pm 1$$

増減表より

$$x = -1 \text{ のとき 極大値 } y = 2$$

$$x = 1 \text{ のとき 極小値 } y = -2$$

x	...	-1	...	1	...
y'	+	0	-	0	+
y	↗	2	↘	-2	↗

$$\text{極大値} \quad 2 \text{ (} x = -1 \text{ のとき)}$$

$$\text{極小値} \quad -2 \text{ (} x = 1 \text{ のとき)}$$

[2]

$$y = x(x^2 - 3)$$

$$= x(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$$

$$y = 0 \text{ とすると } x = 0, -\sqrt{3}, \sqrt{3}$$

$$-\sqrt{3} \leq x \leq 0 \text{ のとき } y \geq 0$$

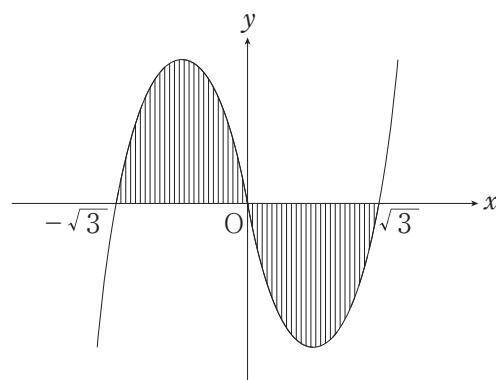
$$0 \leq x \leq \sqrt{3} \text{ のとき } y \leq 0$$

$$S = \int_{-\sqrt{3}}^0 (x^3 - 3x) dx + \int_0^{\sqrt{3}} (-x^3 + 3x) dx$$

$$= \left[\frac{1}{4}x^4 - \frac{3}{2}x^2 \right]_{-\sqrt{3}}^0 + \left[-\frac{1}{4}x^4 + \frac{3}{2}x^2 \right]_0^{\sqrt{3}}$$

$$= -\left(\frac{9}{4} - \frac{9}{2} \right) + \left(-\frac{9}{4} + \frac{9}{2} \right)$$

$$= \frac{9}{2}$$

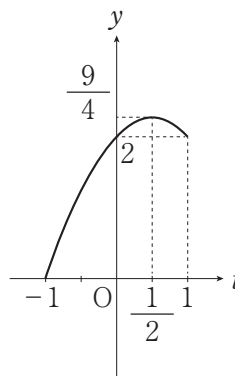


$$\frac{9}{2}$$

問題3

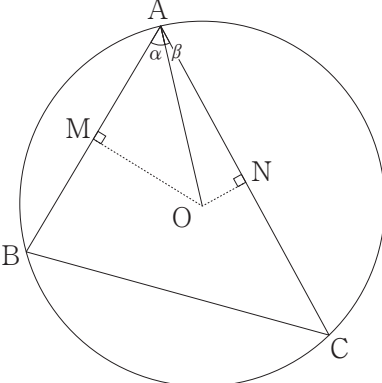
[1] [2] 各4点 [3] 12点

[1]	$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ より $\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta$ $y = \sin^2 \theta + \cos \theta + 1$ $= 1 - \cos^2 \theta + \cos \theta + 1$ $\cos \theta = t$ より $y = -t^2 + t + 2$ $\underline{y = -t^2 + t + 2}$
[2]	$\cos \theta$ が $0 \leq \theta < 2\pi$ でとりうる値の範囲は $-1 \leq \cos \theta \leq 1$ よって $-1 \leq t \leq 1$ $\underline{-1 \leq t \leq 1}$
[3]	$y = -t^2 + t + 2$ $= -\left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}$ $-1 \leq t \leq 1$ より $t = \frac{1}{2}$ のとき 最大値 $y = \frac{9}{4}$ このとき $\cos \theta = \frac{1}{2} \quad (0 \leq \theta < 2\pi)$ $\theta = \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$ $t = -1$ のとき 最小値 $y = 0$ このとき $\cos \theta = -1 \quad (0 \leq \theta < 2\pi)$ $\theta = \pi$ $\underline{\text{最大値 } \frac{9}{4} \left(\theta = \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3} \text{ のとき} \right)}$ $\underline{\text{最小値 } 0 \left(\theta = \pi \text{ のとき} \right)}$



問題4

[1] 4点 [2] [3] 各8点

[1]	$\begin{aligned}\vec{AB} \cdot \vec{AC} &= \vec{AB} \cdot \vec{AC} \cdot \cos 60^\circ \\ &= 6 \cdot 8 \cdot \frac{1}{2} = 24\end{aligned}$ $\underline{\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 24}$
[2]	ABの中点をM, ACの中点をNとする。 $\angle OAB = \alpha$, $\angle OAC = \beta$ とすると $\begin{aligned}\vec{AB} \cdot \vec{AO} &= \vec{AB} \cdot \vec{AO} \cdot \cos \alpha \\ &= \vec{AB} \cdot \vec{AM} \\ &= 6 \cdot 3 \\ &= 18\end{aligned}$ $\begin{aligned}\vec{AC} \cdot \vec{AO} &= \vec{AC} \cdot \vec{AO} \cdot \cos \beta \\ &= \vec{AC} \cdot \vec{AN} \\ &= 8 \cdot 4 \\ &= 32\end{aligned}$  $\underline{\vec{AB} \cdot \vec{AO} = 18}$ $\underline{\vec{AC} \cdot \vec{AO} = 32}$
[3]	$\begin{aligned}\vec{AO} &= s\vec{AB} + t\vec{AC} \\ \vec{AB} \cdot \vec{AO} &= \vec{AB} \cdot (s\vec{AB} + t\vec{AC}) \\ &= s \vec{AB} ^2 + t\vec{AB} \cdot \vec{AC} \\ &= 36s + 24t \\ \vec{AC} \cdot \vec{AO} &= \vec{AC} \cdot (s\vec{AB} + t\vec{AC}) \\ &= s\vec{AB} \cdot \vec{AC} + t \vec{AC} ^2 \\ &= 24s + 64t\end{aligned}$ [2] より $\begin{cases} 36s + 24t = 18 \\ 24s + 64t = 32 \end{cases}$ これを解いて $\begin{cases} s = \frac{2}{9} \\ t = \frac{5}{12} \end{cases}$ $\underline{\begin{cases} s = \frac{2}{9} \\ t = \frac{5}{12} \end{cases}}$