

## 数学 解答欄

## 問題 1

[各10点]

[1]

$$x^3 - x^2 + 8x + 10 = 0$$

$$(x+1)(x^2 - 2x + 10) = 0$$

$$x+1=0 \text{ または } x^2 - 2x + 10 = 0$$

$$x = -1, x = 1 \pm 3i$$

$$\underline{x = -1, x = 1 \pm 3i}$$

[2]

(1) 初項1 公比 $\sqrt{2}$ なので

$$a_n = (\sqrt{2})^{n-1}$$

$$\underline{a_n = (\sqrt{2})^{n-1}}$$

(2) (1) より  $(a_n)^2 = 2^{n-1}$

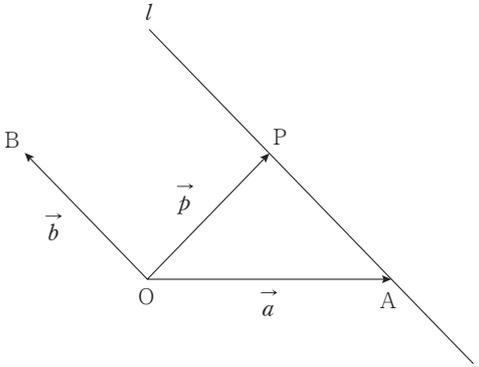
$$\sum_{k=1}^{10} (a_k)^2 = \sum_{k=1}^{10} 2^{k-1} = \frac{1-2^{10}}{1-2} = 1023$$

$$\underline{1023}$$

[3]	<p>(1) 2個の目がともに4以下となる確率</p> $\left(\frac{4}{6}\right)^2 = \frac{4}{9}$ $\frac{4}{9}$ <p>(2) 最大値が4になるのは 2個の目がともに4以下で、ともに3以下ではないときなので 2個の目がともに3以下となる確率</p> $\left(\frac{3}{6}\right)^2 = \frac{1}{4}$ <p>よって <math>\frac{4}{9} - \frac{1}{4} = \frac{7}{36}</math></p> $\frac{7}{36}$
[4]	$\left(\frac{1}{9}\right)^{x+2} > \left(\frac{1}{27}\right)^x$ $\left(\frac{1}{3}\right)^{2(x+2)} > \left(\frac{1}{3}\right)^{3x}$ <p>底 <math>\frac{1}{3}</math> は1より小さいので</p> $2(x+2) < 3x$ $x > 4$ $x > 4$

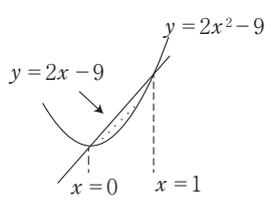
## 問題2

[1] 4点 [2] [3] 各8点

[1]	$ \vec{a}  = \sqrt{10}, \quad  \vec{b}  = \sqrt{5}, \quad \vec{a} \text{ と } \vec{b} \text{ のなす角 } 135^\circ \text{ より}$ $\vec{a} \cdot \vec{b} =  \vec{a}   \vec{b}  \cos 135^\circ$ $= \sqrt{10} \sqrt{5} \times \left( -\frac{1}{\sqrt{2}} \right)$ $= -5$ <p style="text-align: right;"><u>-5</u></p>
[2]	$\vec{p} = \vec{a} + t\vec{b}$ $\vec{OP} \perp l, \quad l // \vec{b} \text{ より}$ $\vec{p} \cdot \vec{b} = 0$ $(\vec{a} + t\vec{b}) \cdot \vec{b} = 0$ $\vec{a} \cdot \vec{b} + t \vec{b} ^2 = 0$ $-5 + 5t = 0$ $t = 1$  <p style="text-align: right;"><u>t=1</u></p>
[3]	<p>[2] より O と l の距離は t=1 のときの <math> \vec{p} </math></p> $ \vec{p} ^2 =  \vec{a} + \vec{b} ^2$ $=  \vec{a} ^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} +  \vec{b} ^2$ $= 10 - 10 + 5$ $= 5$ <p>よって <math> \vec{p}  = \sqrt{5}</math></p> <p style="text-align: right;"><u><math>\sqrt{5}</math></u></p>

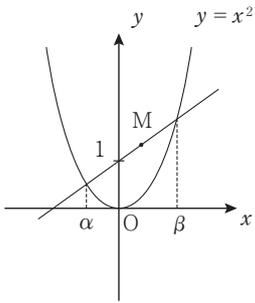
## 問題3

[1][2]各6点 [3] 8点

[1]	$\int_1^x g(t) dt = x^2 - 9x + a$ $x=1$ を代入すると $0 = 1 - 9 + a$ $a = 8$ $\int_1^x g(t) dt = x^2 - 9x + a$ の両辺を $x$ で微分すると $g(x) = 2x - 9$ $a = 8, g(x) = 2x - 9$
[2]	$\int_0^3 f(t) dt = A \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$ とおくと $f(x) = 2x^2 + A$ $\int_0^3 f(t) dt = \int_0^3 (2t^2 + A) dt$ $= \left[ \frac{2}{3} t^3 + At \right]_0^3$ $= 18 + 3A$ $\textcircled{1}$ より $A = 18 + 3A$ $A = -9$ よって $f(x) = 2x^2 - 9$ $f(x) = 2x^2 - 9$
[3]	$\begin{cases} y = 2x - 9 \\ y = 2x^2 - 9 \end{cases}$ $2x^2 - 9 = 2x - 9$ $x(x - 1) = 0$ $x = 0, 1$ よって 求める面積は $\int_0^1 \{(2x - 9) - (2x^2 - 9)\} dx = \int_0^1 (2x - 2x^2) dx$ $= \left[ x^2 - \frac{2}{3} x^3 \right]_0^1$ $= \frac{1}{3}$ 

問題4

[1][2]各6点 [3] 8点

<p>[1]</p>	<p> <math>C : y = x^2</math>  <math>l : y = kx + 1</math>  <math display="block">\begin{cases} y = x^2 \\ y = kx + 1 \end{cases}</math> <math>x^2 = kx + 1</math>  <math>x^2 - kx - 1 = 0</math>                      この方程式の解が <math>\alpha, \beta</math>                      解と係数の関係より  <math>\alpha + \beta = k</math> </p>	 <p style="text-align: right;"><u><math>\alpha + \beta = k</math></u></p>
<p>[2]</p>	<p>                     Mの <math>x</math> 座標は <math>\frac{\alpha + \beta}{2} = \frac{k}{2}</math>                      Mは <math>l</math> 上にあるので  <math display="block">y = k\left(\frac{k}{2}\right) + 1</math>  <math display="block">= \frac{k^2}{2} + 1</math> </p>	<p style="text-align: right;"><u><math>\left(\frac{k}{2}, \frac{k^2}{2} + 1\right)</math></u></p>
<p>[3]</p>	<p>                     M(<math>X, Y</math>) とすると  <math>X = \frac{k}{2} \dots\dots\dots ① \quad Y = \frac{k^2}{2} + 1 \dots\dots\dots ②</math>                      ①より <math>k = 2X</math>                      これを②に代入して  <math display="block">Y = \frac{1}{2}(2X)^2 + 1</math>  <math display="block">Y = 2X^2 + 1</math>  <math>X, Y</math> を <math>x, y</math> にもどして <math>y = 2x^2 + 1</math>                      求める軌跡の方程式は <math>y = 2x^2 + 1</math> </p>	<p style="text-align: right;"><u><math>y = 2x^2 + 1</math></u></p>