

数学 解答欄

問題 1

[各10点]

[1]

$$P(x) = x^n - ax - b \cdots \textcircled{1}$$

$x^2 - 3x + 2 = (x-1)(x-2)$ で割りきれるので

その商を $Q(x)$ とおくと

$$P(x) = (x-1)(x-2)Q(x)$$

$$P(1) = 0 \text{ かつ } P(2) = 0 \text{ より}$$

$\textcircled{1}$ に代入して

$$\begin{cases} 1 - a - b = 0 \\ 2^n - 2a - b = 0 \end{cases}$$

これを解いて

$$\begin{cases} a = 2^n - 1 \\ b = -2^n + 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 2^n - 1 \\ b = -2^n + 2 \end{cases}$$

[2]

4 人の手の出し方は 3^4 (通り)

4 人の中で勝つ 2 人の決め方は ${}_4C_2 = 6$ (通り)

その 2 人が勝つ手の出し方は 3 (通り)

よって求める確率は

$$\frac{6 \times 3}{3^4} = \frac{2}{9}$$

$$\frac{2}{9}$$

[3]

$$y = \sqrt{3} \sin x + \cos x$$

$$= 2\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$$

$0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ のとき, $\frac{\pi}{6} \leq x + \frac{\pi}{6} \leq \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6}$ なので

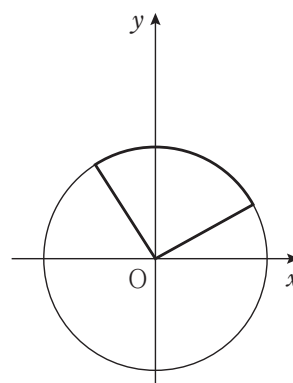
$$\frac{1}{2} \leq \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \leq 1$$

よって最大値は $x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$ のとき

すなわち $x = \frac{\pi}{3}$ のとき $y = 2$

最小値は $x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6}$ のとき

すなわち $x = 0$ のとき $y = 1$



最大値 $2\left(x = \frac{\pi}{3}\right)$

最小値 $1(x = 0)$

[4]

$$S_n = n^2 - 4n$$

$$a_1 = S_1 = -3$$

$n \geq 2$ のとき

$$a_n = S_n - S_{n-1}$$

$$= n^2 - 4n - \{(n-1)^2 - 4(n-1)\}$$

$$= 2n - 5$$

ここで $a_n = 2n - 5$ に $n = 1$ を代入すると $a_1 = -3$

$a_n = 2n - 5$ は $n = 1$ でも成立する。

よって 一般項 $a_n = 2n - 5$

$$\underline{a_n = 2n - 5}$$

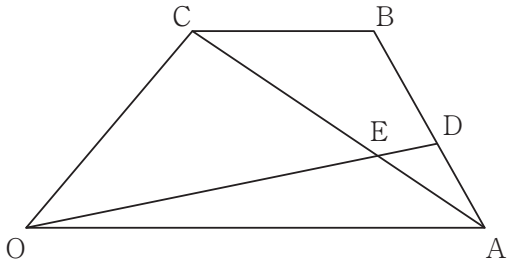
問題2

[各10点]

[1]	$3^{2x+1} - 28 \cdot 3^x + 9 = 0$ $3^{2x+1} = 3 \cdot 3^{2x} = 3 \cdot (3^x)^2 \text{なので}$ $3^x = t \ (t > 0) \text{とおくと}$ $3t^2 - 28t + 9 = 0$ $(3t - 1)(t - 9) = 0$ $t = \frac{1}{3}, 9$ $3^x = \frac{1}{3} \text{ から } x = -1$ $3^x = 9 \text{ から } x = 2$ <u>$x = -1, 2$</u>
[2]	$\cos 2x - \cos x = 0 \ (0 \leq x < 2\pi)$ $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1 \text{なので}$ $2\cos^2 x - 1 - \cos x = 0$ $\cos x = t \ (-1 \leq t \leq 1) \text{とおくと}$ $2t^2 - t - 1 = 0$ $(t - 1)(2t + 1) = 0$ $t = 1, -\frac{1}{2}$ よって $\cos x = 1, -\frac{1}{2}$ $\cos x = 1 \text{ のとき, } x = 0$ $\cos x = -\frac{1}{2} \text{ のとき, } x = \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}$ <u>$x = 0, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}$</u>

問題3

[1] 8点 [2] 10点 [3] 2点

[1]	$\begin{aligned}\vec{OB} &= \vec{OC} + \vec{CB} \\ &= \vec{OC} + \frac{1}{2}\vec{OA} \\ &= \frac{1}{2}\vec{a} + \vec{c} \\ \vec{OD} &= \frac{\vec{OB} + 2\vec{OA}}{3} \\ &= \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{c}\right) + \frac{2}{3}\vec{a} \\ &= \frac{5}{6}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{c}\end{aligned}$  $\vec{OB} = \frac{1}{2}\vec{a} + \vec{c}, \quad \vec{OD} = \frac{5}{6}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{c}$
[2]	交点Eは直線OD上にあるので $\vec{OE} = t\vec{OD}$ (t: 実数) とおける。 $\vec{OE} = \frac{5}{6}ta + \frac{1}{3}tc$ EはAC上にあるので $\frac{5}{6}t + \frac{1}{3}t = 1$ $t = \frac{6}{7}$ よって $\vec{OE} = \frac{5}{7}\vec{a} + \frac{2}{7}\vec{c}$ $\vec{OE} = \frac{5}{7}\vec{a} + \frac{2}{7}\vec{c}$
[3]	[2]より $\vec{OE} = \frac{5\vec{a} + 2\vec{c}}{7}$ から $AE : EC = 2 : 5$ $AE : EC = 2 : 5$

問題4

[1] [2] 6点 [3] 8点

[1]

$$\begin{aligned}
 y &= x^3 - 4x \\
 y' &= 3x^2 - 4 \\
 x &= 1 \text{ のとき } y' = -1 \\
 \text{求める接線 } l &\text{は} \\
 y + 3 &= -(x - 1) \\
 y &= -x - 2
 \end{aligned}$$

$$\underline{y = -x - 2}$$

[2]

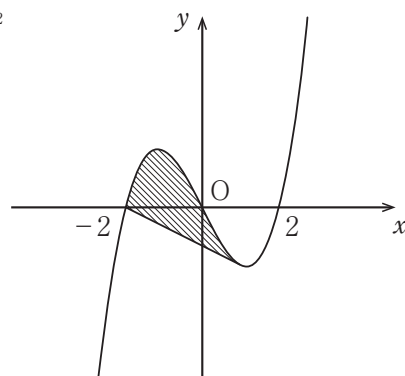
$$\begin{aligned}
 &\begin{cases} y = x^3 - 4x \\ y = -x - 2 \end{cases} \\
 &x^3 - 4x = -x - 2 \\
 &x^3 - 3x + 2 = 0 \\
 &(x - 1)^2 (x + 2) = 0 \\
 &x = 1, -2
 \end{aligned}$$

$$\underline{x = 1, -2}$$

[3]

求める面積は

$$\begin{aligned}
 \int_{-2}^1 \{x^3 - 4x - (-x - 2)\} dx &= \int_{-2}^1 (x^3 - 3x + 2) dx \\
 &= \left[\frac{1}{4} x^4 - \frac{3}{2} x^2 + 2x \right]_{-2}^1 \\
 &= \frac{27}{4}
 \end{aligned}$$



$$\underline{\frac{27}{4}}$$